PREMIÈRE ANNÉE

SPHINX

REVUE MENSUELLE DES QUESTIONS RÉCRÉATIVES

Directeur : M. KRAITCHIK

Administration : « SPHINX », 75, RUE PHILIPPE BAUCQ, BRUXELLES. Téléph. 33,48,58

Bruxelles 51922 Chèques Postaux : Bruxelles 192338 — Paris 160061

La Vivisection du Rectangle

par S. VATRIQUANT

Dans un article de critique relatif au livre « La Mathématique des Jeux », de M. Kraïtchik, M. de la Vallée-Poussin écrit : (1) « **Il semble bien, d'après cela, que l'on soit généralement d'accord entre mathématiciens pour reconnaître qu'il y a, en mathématiques, des problèmes qui sont amusants et d'autres alors sans doute qui ne le sont pas.** »

Demandons-le aux élèves, ou mieux encore aux anciens élè-

(1) *Revue des Questions Scientifiques*, 20 novembre 1930.

ves qui ont gardé, s'ils ont abandonné les mathématiques, une sainte horreur pour Euclide et consorts. Et de fait, en lisant les traités classiques, on jurerait que les auteurs ont voulu exclure tout ce qui pourrait amuser l'élève, et ne conserver, dans tout l'appareil de chiffres et de figures, que d'arides abstractions dont la beauté sévère n'est prisée que par quelques initiés qui « **ont la bosse** ».

Il faut quitter les mathématiciens et s'adresser aux journaux pour rencontrer des problèmes « **plaisants et délectables** » dont tout le monde conçoit l'élégance et la finesse. Malheureusement le coin réservé aux récréations est exigu et le public, s'il y trouve des solutions, n'entrevoit pas les méthodes générales ; il répond le plus souvent après des tâtonnements dépourvus de toute directive.

Prenons, à titre d'exemple, le problème suivant, proposé par le spirituel « **Pourquoi Pas ?** » à ses lecteurs ? (2)

Partager un rectangle donné en deux coups le ciseaux, de façon à pouvoir assembler les morceaux en un carré.

Ce problème ne vaut-il pas les constructions classiques de polygones semblables ou équivalents ? Il est un cas particulier d'une question très générale. Par malheur, combien y a-t-il de gens sur le globe, même parmi les mathématiciens, connaissant le beau théorème de Hilbert : **Tout polygone plan peut, par un nombre fini de découpages, être transformé en un polygone équivalent donné d'avance ?**

Voici deux solutions du problème du rectangle. Ce ne sont pas des « variantes ». La discussion montrera qu'elles sont essentiellement différentes.

Soient BC ou a le plus grand côté du rectangle (fig. 1), AB ou b l'autre côté. Commençons par construire le côté x du carré équivalent. On aura $x^2 = ab$.

Nous reporterons donc BE = BA, puis sur CE comme diamètre, nous tracerons une demi-circonférence, qui sera rencontrée en F par le prolongement de BA. BF est le côté cherché.

Portons au compas BM = BF et abaissons CN perpendiculaire à BM. Les deux traits BM et CN sont les deux coups de ciseaux. On peut assembler les morceaux comme l'indique la figure 2.

En effet, les triangles semblables ABM, BNC donnent

CN : BC = AB : BM d'où CN = AB. BC : BM =
$ab : \sqrt{ab} = \sqrt{ab}$.

Pour que la construction soit possible, N ne peut être extérieur au rectangle, donc N P. doit être au plus égal à AB.

Or les triangles PNC, ABM sont égaux et NP = AM =

(2) P. P. n° 853 du 5 décembre 1930.

$\sqrt{AM^2 - AB^2} = \sqrt{ab - b^2}$. La condition devient donc $ab - b^2 \leq b^2$ ou $a \leq 2b$.

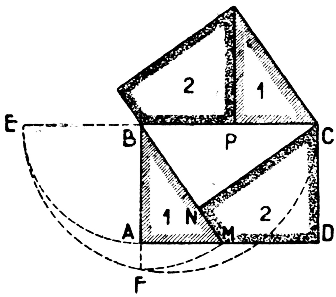


fig. 1 et 2

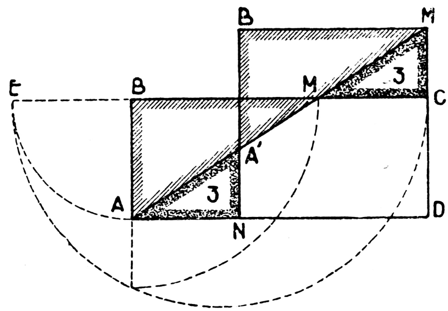


fig. 3 et 4

Il faut donc que le grand côté ne dépasse pas le double de l'autre.

La deuxième solution a une portée plus grande que la précédente.

On porte (fig. 3) BM = DN = $\sqrt{ab}$.

On joint MA et l'on élève NP perpendiculaire à AD. Le carré s'obtient comme l'indique la figure 4.

Pour que la construction soit possible, P en peut être extérieur. La somme des segments égaux BM et ND ne peut être inférieure à BC, autrement dit, $2\sqrt{ab} \geq a$ ou $a \leq 4b$.

Il faut donc que le plus grand côté ne dépasse pas le quadruple de l'aure.

Nous proposons au lecteur de rechercher d'autres solutions et d'étendre le problème au besoin en augmentant le nombre de coups de ciseaux. Il y a là une étude intéressante à faire.